

2012/2013
62. ročník MO

Zadania úloh domáceho kola kategórie C

(Termín odovzdania: v pondelok 14. januára 2013.)

1. Štvorcová tabuľka je rozdelená na 16×16 políčok. Kobyľka sa po nej pohybuje dvoma smermi: vpravo alebo dole, pričom strieda skoky o dve a o tri políčka (t.j. žiadne dva po sebe idúce skoky nie sú rovnako dlhé). Začína skokom dĺžky dva z ľavého horného políčka. Kolkými rôznymi cestami sa môže kobyľka dostať na pravé dolné políčko? (Pod cestou máme na mysli postupnosť políčok, na ktoré kobyľka doskočí.) (Peter Novotný)

2. Pre kladné reálne čísla a, b, c, d platí

$$a + b = c + d, \quad ad = bc, \quad ac + bd = 1.$$

Akú najväčšiu hodnotu môže mať súčet $a + b + c + d$? (Ján Mazák)

3. Daný je obdĺžnik $ABCD$ s obvodom o . V jeho rovine nájdite množinu všetkých bodov, ktorých súčet vzdialeností od priamok AB, BC, CD, DA je rovný $\frac{2}{3}o$. (Tomáš Jurík)

4. Rozhodnite, či z ľubovoľných siedmich vrcholov daného pravidelného 19-uholníka možno vždy vybrať štyri, ktoré sú vrcholmi lichobežníka. (Jaromír Šimša)

5. Určte všetky celé čísla n , pre ktoré $2n^3 - 3n^2 + n + 3$ je prvočíslo. (Jaroslav Švrček)

6. Vnútri pravidelného šesťuholníka $ABCDEF$ s obsahom 30 cm^2 je zvolený bod M . Obsahy trojuholníkov ABM a BCM sú postupne 3 cm^2 a 2 cm^2 . Určte obsahy trojuholníkov CDM, DEM, EFM a FAM . (Pavel Leischner)