

2012/2013
62. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie B

(Súťaž sa konala vo štvrtok 24. januára 2013.)

1. Dokážte, že žiadna z rovníc

$$3^{2x} + 6^y = 2013, \quad |3^{2x} - 6^y| = 2013$$

nemá riešenie v obore celých kladných čísel.

(Jaroslav Švrček)

2. Do políček štvorčekovej mriežky 11×11 sme postupne zľava doprava a zhora nadol zapísali čísla $1, 2, \dots, 121$. Štvorcovou doskou 3×3 sme všetkými možnými spôsobmi zakryli presne deväť políček. V koľkých prípadoch bol súčet deviatich zakrytých čísel druhou mocninou celého čísla?

(Vojtech Bálint)

3. Uvažujme dve kružnice so stredmi S_1 a S_2 také, že ich spoločné vnútorné dotyčnice pretínajú ich spoločné vonkajšie dotyčnice v štyroch bodoch. Dokážte, že tieto štyri priesečníky ležia na Tálesovej kružnici nad priemerom S_1S_2 .

(Tomáš Jurík)