

2012/2013  
62. ročník MO

Zadania úloh krajského kola kategórie C

(Súťaž sa konala v utorok 9. apríla 2013.)

1. V tanečnej sa zišla skupina chlapcov a dievčat. Každý z prítomných 15 chlapcov pozná práve 4 dievčatá a každé dievča pozná práve 10 chlapcov. (Známosti sú vzájomné.) Dokážte, že ľubovoľní dvaja chlapci majú aspoň dve spoločné známe. (Ján Mazák)
2. Vnútri rovnobežníka  $ABCD$  je daný bod  $K$  a v páse medzi rovnobežkami  $BC$  a  $AD$  v polrovine opačnej k  $CDA$  je daný bod  $L$ . Obsahy trojuholníkov  $ABK$ ,  $BCK$ ,  $DAK$  a  $DCL$  sú  $S_{ABK} = 18 \text{ cm}^2$ ,  $S_{BCK} = 8 \text{ cm}^2$ ,  $S_{DAK} = 16 \text{ cm}^2$ ,  $S_{DCL} = 36 \text{ cm}^2$ . Vypočítajte obsahy trojuholníkov  $CDK$  a  $ABL$ . (Pavel Novotný)
3. Nájdite všetky dvojice celých kladných čísel  $a$  a  $b$ , pre ktoré je číslo  $a^2 + b$  o 62 väčšie ako číslo  $b^2 + a$ . (Jaromír Šimša)
4. Určte najmenšie celé kladné číslo  $v$ , pre ktoré platí: Medzi ľubovoľnými  $v$  vrcholmi pravidelného dvadsaťuholníka možno nájsť tri, ktoré sú vrcholmi pravouhlého rovnoramenného trojuholníka. (Jaromír Šimša)