

2013/2014
63. ročník MO

Zadania úloh školského kola kategórie A

(Súťaž sa konala v utorok 10. decembra 2013.)

1. Dokážte, že pre každé celé číslo $n \geq 3$ je $2n$ -ciferné číslo s dekadickým zápisom

$$\underbrace{1 \dots 1}_{n-1} \underbrace{28 \dots 8}_{n-2} 96$$

druhou mocninou niektorého celého čísla.

(Vojtech Bálint)

2. Označme M stred strany AB ľubovoľného trojuholníka ABC . Dokážte, že rovnosť $|\angle ABC| + |\angle ACM| = 90^\circ$ platí práve vtedy, keď je trojuholník ABC rovnoramenný so základňou AB alebo pravouhlý s preponou AB .

(Pavel Novotný)

3. Dĺžky strán pravouholníka sú celé čísla x a y väčšie ako 1. V pravouholníku vyznačíme rozdelenie na $x \cdot y$ jednotkových štvorcov a potom z neho zvinutím a zlepením dvoch protiľahlých strán zhotovíme plášť rotačného valca. Každé dva vrcholy jednotkových štvorcov na plášti spojíme úsečkou. Koľko z týchto úsečiek prechádza vnútornými bodmi tohto valca? V prípade $x > y$ rozhodnite, kedy bude tento počet väčší – keď bude obvod podstavy valca rovný x , alebo y ?

(Vojtech Bálint)